

Autor: **RNDr. Jiří Kocourek**

Tyto aplikace byly vytvořeny jako podpůrná pomůcka pro výuku matematiky na základních a středních školách. Používat je mohou jak učitelé, tak žáci i ostatní uživatelé bez omezení, nejsou předmětem žádných autorských práv. Mohou být volně šířeny a kopírovány, nikoli prodávány.

1. Základní informace

Veškeré aplikace lze spustit všude tam, kde je nainstalován MS Office 2000 a vyšší. Může je používat jak učitel při hodině (a to jak výkladové, tak procvičovací) tak žák při řešení problémů nebo samostudiu. Pro využití přímo ve výuce je nejvhodnější propojit vaše PC s dataprojektorem.

Pro správnou funkci všech programů je nutno mít nastavenou takovou úroveň zabezpečení, která povoluje používat makra. Pokud vám váš MS Excel hlásí, že používání maker je zakázáno, nastavte si nižší úroveň zabezpečení (Nástroje – Makro – Zabezpečení). Jestliže se nastavení nezdaří, patrně nemáte dostatečná oprávnění. V tom případě kontaktuje někoho, kdo se k vašemu počítači nebo síti dokáže přihlásit jako administrátor, aby nastavení provedl on, případně aby prověřil, že makra neobsahují viry.

2. Instalace

Aplikace nainstalujete velice snadno pouhým zkopírováním do libovolného adresáře. Soubory nejsou příliš velké, doporučuji proto uložit si zvlášť původní podobu souborů a pracovat s kopiemi uloženými pod jiným názvem nebo do jiného adresáře. Snadno se totiž může stát, že nechtěně změníte soubor tak, že se již nedokážete vrátit k původnímu nastavení. V tom případě změněný soubor snadno nahradíte záložní kopií původního souboru.

3. Základní ovládání

Sešity MS Excel tohoto modulu dokáží velmi rychle a přesně zobrazit grafy příslušných funkcí. Po spuštění se vždy objeví základní obrazovka, jejíž vzhled je ve všech případech (kromě funkcí goniometrických) téměř stejný (jako příklad je uvedena obrazovka ze sešitu „kvadratická funkce“). V levém horním rohu je vždy několik základních informací o daném typu funkce. Tyto údaje se postupně odhalují a skrývají opakovaným stiskem tlačítka (1).

Ve většině případů lze najednou zobrazit až čtyři různé funkce daného typu. Jejich předpis i graf si vždy barevně odpovídají. Grafy i předpis funkcí lze odhalovat a skrývat stiskem tlačítek (6) a (2) příslušné barvy (lze tak například řešit úlohy typu „nakreslete graf funkce, jejíž předpis vidíte“, nebo naopak „nalezněte předpis funkce, jejíž graf vidíte“).

Hodnoty parametrů se zadávají do příslušných polí tak, že formát se má co nejvíce podobat běžnému psanému formátu matematických výrazů (lze tedy např. do pole nalevo od x^2 napsat pouze „-“ nikoli „-1“; zadáte-li jako koeficient „0“, příslušná část výrazu zmizí atd.). Chcete-li např. zadat funkci $y = -x^2 + 3$, zadejte (vyznačeno červeně):

vidět bude:	-	x^2	0	x	+	3
	-	x^2			+	3

V pravé části obrazovky se okamžitě objeví graf zadané funkce, případně bude nutné jej zobrazit stiskem tlačítka (6) příslušné barvy.

$y = ax^2 + bx + c$ $a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$ KVADRATICKÁ FUNKCE

Grafem kvadratické funkce je parabola.

$a > 0$... konvexní ("otevřená nahoru") $b = 0$... sudá
 $a = 0$... není kvadratická ! (souměrná podle osy y)
 $a < 0$... konkávní ("otevřená dolů")

1 **f: y =** x^2 3

2 **()** 4

5

7

6

g: y = $0,5x^2 - 3x - 1$
h: y = $-2x^2 + 4x + 3$
k: y = $4x^2 - 6$

Kromě přímého zadávání do buněk je možno měnit veškeré parametry „modré“ funkce **f** i pomocí tlačítek (3). Změna je provedena o velmi malou hodnotu, takže při podržení tlačítka je vyvolán dojem jakési animace, která pomůže žákovi pochopit význam jednotlivých parametrů a jejich vliv na tvar grafu.

Tabulka v levé části obrazovky se rovněž vztahuje pouze k modré funkci **f**. Tabulku lze zobrazovat a skrývat stiskem tlačítka (5). Pokud je tabulka aktivní, má světle modrou barvu a vlevo od tabulky se objeví další tlačítka (8) a (9). Do sloupce „x“ vepište libovolnou hodnotu z definičního oboru funkce. V příslušném řádku se okamžitě objeví příslušná hodnota $f(x)$. Bod grafu odpovídající souřadnicím $[x, f(x)]$ se dá zobrazit a skrýt stiskem tlačítka (7). Tlačítkem (8) vymažete všechny zadané hodnoty z tabulky, tlačítkem (9) zaplníte rychle tabulku hodnotami v rozmezí od -4 do 4. POZOR! Do sloupce $f(x)$ nic nezapisujte, poškodili byste příslušné vzorce a tabulka by přestala fungovat!

Kromě základního společného ovládání mají jednotlivé typy funkcí některá speciální tlačítka – u kvadratické funkce je to tlačítko (4). Jejich význam je vysvětlen níže pro každou funkci zvlášť.

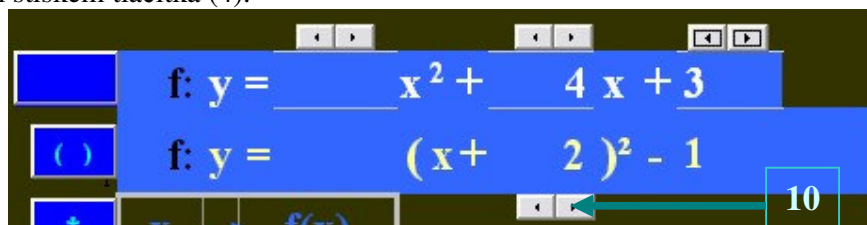
Zobrazují-li se v levé horní části nějaké doplňující informace (v případě kvadratické funkce jsou to vlastnosti „sudá“, „konvexní“, „konkávní“), vztahují se tyto údaje rovněž pouze k „modré“ funkci **f**.

4. Speciální ovládací prvky v jednotlivých sešitech

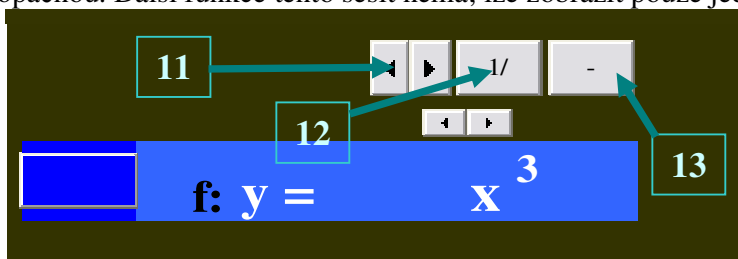
Jak již bylo uvedeno výše, mají jednotlivé sešity některé další možnosti specifické pro daný typ funkce.

Lineární funkce: Tento sešit nemá žádné další ovládací prvky.

Kvadratická funkce: V tomto sešitě se jedná o již zmíněné tlačítko (4). Jeho stiskem se objeví druhá modrá lišta s předpisem funkce f převedeným do tvaru vhodného pro určení souřadnic vrcholu paraboly – grafu příslušné funkce. Dále se objeví rovněž další tlačítko (10), jehož pomocí můžeme měnit přímo hodnotu uvnitř závorek a demonstrovat tak, že její změna způsobí posun grafu doleva nebo doprava. POZOR! V tomto zobrazení neměňte hodnotu koeficientů přímým zadáváním hodnot ale pouze pomocí tlačítka (10). Pokud zadáte hodnotu přímo do buňky, narušíte propojení mezi oběma předpisy funkce a graf nebude změněnému zadání odpovídat. Pokud to přesto omylem uděláte, nic se nestane – propojení se obnoví dvojným stiskem tlačítka (4).

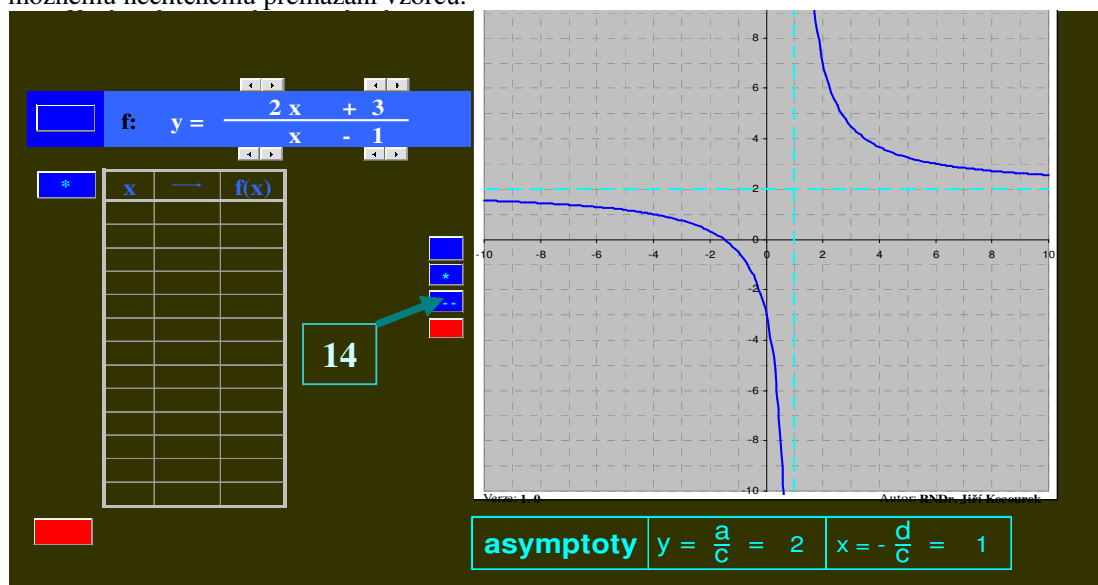


Mocninná funkce: Tento sešit má navíc tlačítka (11), (12) a (13). Pomocí tlačítka (11) lze exponent měnit skokem a předvádět tak v rychlém sledu grafy funkcí s celočíselnými mocninami. Tlačítkem (12) změníme hodnotu celočíselného exponentu na jeho převrácenou hodnotu (zároveň se změní formát buňky na „zlomek“). Tlačítko (13) změní hodnotu exponentu na opačnou. Další funkce tento sešit nemá; lze zobrazit pouze jednu funkci.



Lineární lomená funkce: Kromě základních možností nabízí tento sešit především zobrazování asymptot grafu. Asymptoty (včetně vzorce pro jejich výpočet) skryjeme nebo zobrazíme stiskem tlačítka (14). Zobrazit se dá rovněž pouze jedna funkce. Kromě toho je zde možnost zobrazit jednu libovolnou funkci lineární (červenou). Toho lze využít např. pro porovnání grafů přímých a nepřímých úměrností atd.

Poznámka: Při zadání funkce, v jejímž předpisu chybí v čitateli x (tj. koeficient $a = 0$) se koeficient b přesune do levé části čitatele (nad x ve jmenovateli). Hodnota koeficientu b však zůstává (i když skryta) v buňce I9 – doporučuji měnit hodnoty pouze pomocí tlačítek, předejdete tak možnému nechtěnému přemazání vzorců.



Exponenciální funkce: Nemá žádná speciální tlačítka. Kromě základních funkcí ve tvaru $y = a^x$ lze zadávat hodnoty i do buněk ve sloupci G a L (v řádku odpovídajícím příslušné barvě) a vytvářet tak funkce typu $y = k \cdot a^x + m$.

Logaritmická funkce: Funkce **f**, **g** a **h** (modrá, červená a zelená) zobrazují tři nezávislé logaritmické funkce. Funkce **k** je však exponenciální, a to inverzní k funkci **f**. Je tak možno srovnat oba grafy při jejich současném zobrazení. **POZOR!** Hodnotu základu exponenciální funkce **k** neměňte přímo, ale prostřednictvím změny základu logaritmické funkce **f**. Jinak byste narušili propojení buněk a obě funkce by už nebyly navzájem inverzní. Jiné speciální možnosti tento sešit nemá.

Lineární funkce s absolutní hodnotou: Tento sešit pracuje ve dvou zásadně odlišných módech:

1. **Standardní (modrý) mód:** V tomto módu se sešit otevře při prvním spuštění a přepnete se do něj vždy po stisku modrého tlačítka (2). Stránka má obvyklý vzhled, tlačítka obvyklou funkci. Můžete zadávat a zobrazovat až tři funkce s jednou absolutní hodnotou (funkce **f** typu $y = a \cdot |x + b| + c$, funkce **g** typu $y = a \cdot |x + b|$ a funkce **h** typu $y = a \cdot |x + b| + cx$).

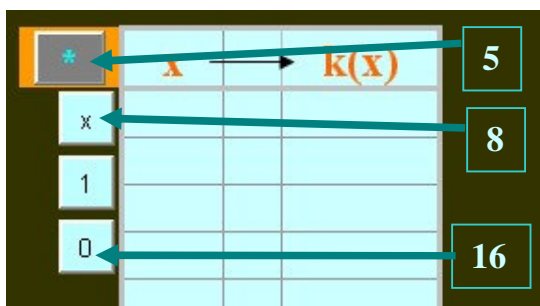
2. **Oranžový mód:** Do tohoto módu se dostanete stiskem oranžového tlačítka (2). Obrazovka značně změní svůj vzhled:

Zmizí červená a zelená tlačítka, políčka u některých tlačítek se podsvítí oranžovou barvou, v záhlaví tabulky je místo funkce **f** funkce **k**, objeví se oranžová lišta a tlačítko (15). V tomto módu můžete zadat a zobrazit pouze jednu funkci (**k**). Ta však může obsahovat až tři absolutní hodnoty, a jeden dvojjeden bez absolutní hodnoty typu $ax + b$. Předpis funkce se zadává do oranžové lišty. Nastavení buněk dovoluje velmi variabilní možnosti zápisu, který se má co nejvíce podobat zápisu v běžném textu. Je možno dokonce zadávat výrazy uvnitř absolutních hodnot v opačném pořadí (tedy např. místo $|-2x + 3|$ zapsat $|3 - 2x|$). Aby Excel zápisu porozuměl, je nutno pouze dodržet následující pravidla: Každá absolutní hodnota obsahuje tři buňky. V prostřední musí být znaménko „+“ nebo „-“, v jedné z krajních musí být samotné číslo (bez proměnné x) a v druhé pak buď samotné x nebo textový řetězec „ ax “, kde

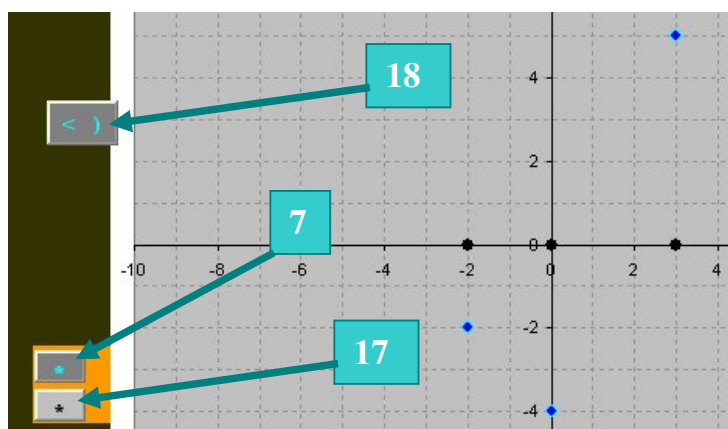
a je libovolné nezáporné číslo (tedy např. $2x$; $3,2x$; $10x$ atd.) **POZOR!** Nelze zadat např. řetězec $-5x$, neboť Excel vyhodnocuje takovou posloupnost znaků jako vzorec. Toto omezení však můžeme obejít již zmíněnou záměnou pořadí členů ($|-5x+1|$ nahradíme $|1-5x|$); pokud by byly oba členy se záporným znaménkem, využijeme vlastnosti absolutní hodnoty a nahradíme např. $|-5x-1|$ výrazem $|5x+1|$. Každá absolutní hodnota může být navíc násobena libovolným koeficientem, přičemž platí obvyklá pravidla pro psaní takových výrazů: např. koeficient 1 se nezobrazuje (musí však být v buňce zadán), koeficient 0 způsobí zmizení celé absolutní hodnoty (opět musí být zadán), pokud je u první absolutní hodnoty koeficient -1, stačí napsat „-“. Poslední dvojčlen bez absolutní hodnoty musí být zapsán v pořadí $ax+b$ nikoli $a+bx$. Pokud se spletete, Excel vás opraví. Důležité je, že v tomto módu se graf funkce k nezobrazí automaticky, ale až po stisku tlačítka (15)!

V obou módech můžeme využívat ještě jeden významný nástroj, a to postupné „vytváření“ grafu pomocí rozdělení definičního oboru na několik intervalů podle takzvaných „nulových bodů“ (tedy hodnot, pro něž jsou jednotlivé absolutní hodnoty rovny nule). Je to postup, který provádí student při řešení úlohy „Sestrojte graf funkce podle zadaného předpisu“. Obecně platí, že vše v následujícím odstavci se týká buď jednoduché modré funkce f (v modrém módu) nebo složité oranžové funkce k (v oranžovém módu).

Uveďme si celý postup na příkladu, který je zobrazen na předchozím obrázku, tedy pro funkci $y = -|x+2| - 2|3-x| + |2x| + 4$. V oranžovém módu zadejme předpis funkce k a

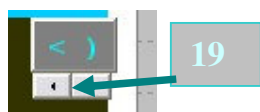


stiskneme tlačítko (15). Aktivujeme tabulku tlačítkem (5) – má šedou barvu a je podsvíceno oranžově, čímž signalizuje, že hodnoty se týkají funkce k . Pokud jsou v tabulce nějaké hodnoty, vymažeme je tlačítkem (8). Stiskneme tlačítko (16). Ve sloupci „ x “ se objeví nulové body $-2, 3$ a 0 , ve sloupci „ $k(x)$ “ příslušné funkční hodnoty $-2, 5$ a -4 . Příslušné body grafu zobrazíme normálně stiskem tlačítka (7),



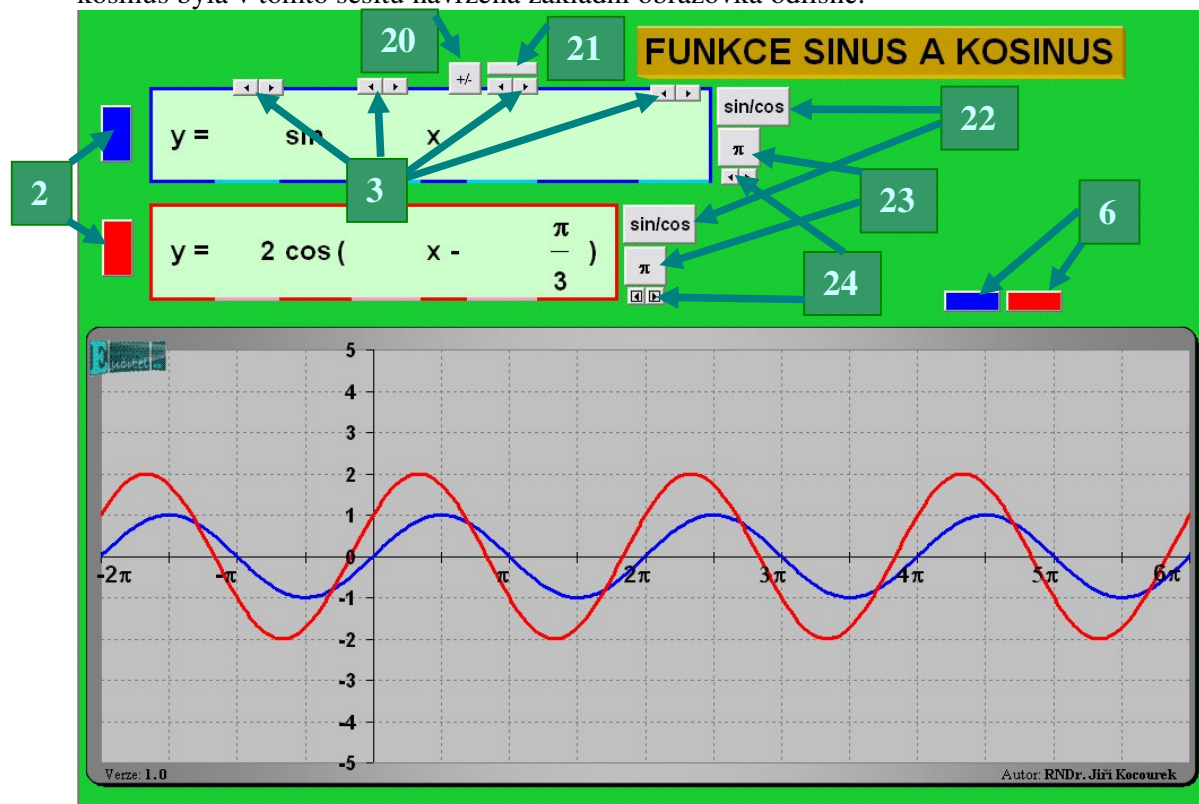
pro zobrazení nulových bodů na ose x slouží tlačítko (17). Nyní stiskneme tlačítko (18). Nad tabulkou se objeví světle modrá lišta. V její levé části je vyznačen první interval, v němž budeme funkci k nahrazovat částí lineární funkce; (v našem případě: $x < -2$). V pravé části je předpis lineární funkce, která funkci k v daném intervalu nahrazuje (tato funkce vznikne tak, že v předpisu funkce

k odstraníme absolutní hodnoty při dodržení příslušných pravidel). V našem příkladě je to funkce $y = (x+2) - 2(3-x) - 2x + 4$, tedy funkce $y = x$. V grafu se jednak vyznačí na ose x interval, v němž se pohybujeme, a jednak graf celé funkce $y = x$. Dále pak už jen klikáme na tlačítko (19), které se objevilo pod tlačítkem (18). Klepnutím na šipku doprava „vytváříme“



graf, levá šipka vrací o krok zpět. Nejprve se z naší funkce $y = x$ vyznačí ta část, která odpovídá intervalu, v němž se právě pohybujeme. Příštím klepnutím se posuneme do dalšího intervalu napravo, dále se opět vyznačí příslušná část atd., dokud se nevytvorí celý graf. Stiskem tlačítka (18) se vrátíme do normálního zobrazení.

Funkce sinus a kosinus: Vzhledem ke specifickému vzhledu grafů funkcí sinus a kosinus byla v tomto sešitu navržena základní obrazovka odlišně:



Zadávat můžeme dvě funkce, jednu (modrou) ve tvaru $y = a \cdot \sin(bx + c) + d$, druhou (červenou) pouze bez absolutního členu d . Tlačítka (2), (3) a (6) mají obdobnou funkci jako v ostatních aplikacích (popsáno výše), ostatní tlačítka slouží pro usnadnění zadávání některých parametrů. Máme-li v předpisu modré funkce zadánu nějakou nenulovou hodnotu koeficientu c , můžeme ji střídavě vkládat a odebírat tlačítkem (21) (graf se posouvá doleva nebo doprava). Tlačítkem (20) měníme hodnotu znaménka před koeficientem c . Tlačítka (22) mění u příslušné funkce sinus na kosinus a naopak, tlačítka (23) rozhodujeme, zda koeficient c vyjádříme pouze číslem nebo jako zlomek či násobek čísla π . Tlačítka (24) pak usnadňují vkládání obvyklých zlomků čísla π - šipkami postupně vybíráme $\pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{12}$.

Chceme-li zadat např. $\frac{5\pi}{4}$, vybereme $\frac{\pi}{4}$ pomocí tlačítka (24) a do buňky těsně vlevo

(sloupec I) zadáme hodnotu 5 (u modré funkce je možno využít příslušného tlačítka (3).

Poznámka: Tabulka funkčních hodnot u této aplikace není. Předpokládá se, že v úvodních hodinách učitel (a později i žáci) využije prezentace „Zavedení goniometrických funkcí“.

5. Možné problémy a jejich řešení

Není vidět celá obrazovka nebo je naopak vidět i „nevzhledné“ okolí základní obrazovky

V každém případě před začátkem práce zvolte Zobrazit – Celá obrazovka. Pokud se vám zobrazení stále nelíbí, máte asi monitor nastaven na nižší nebo vyšší rozlišení než je obvyklá hodnota 1024x768. Změňte rozlišení monitoru nebo zvolte přímo v Excelu: Zobrazit – Lupa a nastavte vhodné zmenšení či zvětšení v procentech.

Najednou se objevilo něco zcela jiného než základní obrazovka, případně je obrazovka posunutá

Asi jste se nechtěně dostali do pomocné části sešitu, která není určena k zobrazování. Zkuste stisknout Ctrl-Home. Pokud to nepomohlo, stiskněte Ctrl-PgUp a potom Ctrl-Home. Pokud by to stále nepomohlo, doporučuji aplikaci zavřít (neukládat!) a znovu otevřít.

Při stisku tlačítka se objeví šedý obdélník s anglickou hláškou (většinou obsahuje slovo „error“ a tlačítka „End – Debug – Help“) a běh makra se zastaví

Pravděpodobně byla nějak nestandardně pozměněna hodnota některých buněk, nebo jste právě objevili nějakou chybu v programu, kterou se dosud nepodařilo odladit. Doporučuji nic nezkoušet, ukončit běh makra tlačítkem „End“, sešit uzavřít (neukládat!) a znovu otevřít fungující verzi. Pokud se tato situace při nějaké operaci opakuje, budu rád, když mě o tom budete informovat. Pokusím se problém odstranit.

Při stisku tlačítka se neprovede očekávaná akce a tlačítko se pouze ohraničí rámečkem se čtverečky

Máte nastavenou vysokou úroveň zabezpečení a zakázaná makra. Přestože vás Excel bude varovat, že povolení maker je riskantní, doporučuji makra povolit. Aplikace tohoto modulu bez maker buď nefungují vůbec nebo je jejich využití výrazně omezeno. Nevěříte-li mému ujištění, že makra v mých sešitech neobsahují viry, doporučuji ještě před prvním spuštěním každou aplikaci zkontrolovat antivirovým programem, kterému důvěřujete a potom provést nastavení popsané v 1.kapitole tohoto manuálu.

Od jisté doby se některá aplikace chová jinak než je popsáno v manuálu

Pravděpodobně jste nechtěně narušili nějaký vzorec nebo propojení. Doporučuji chybu nehledat a „pokažený“ sešit prostě smazat a nahradit sešitem originálním, který jste si buď uložili do jiného adresáře nebo si jej můžete znovu stáhnout ze stránek www.eucitel.cz.

Přeji hodně úspěchů při práci s mými programy a těším se na každý váš námět či připomínku (info@eucitel.cz).

J. Kocourek